

# 大学院入試問題

名古屋大学大学院理学研究科博士課程(前期課程)  
素粒子宇宙物理学専攻(素粒子宇宙物理系)  
素粒子宇宙物理学専攻(宇宙地球物理系)  
物質理学専攻(物理系)

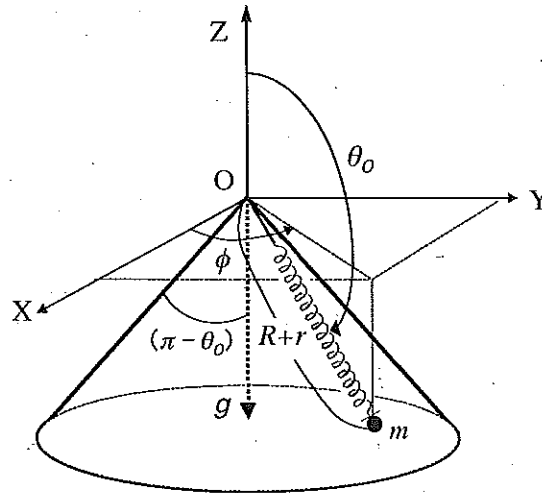
## 問題 その1

2009年8月27日(木) 9時20分～11時20分

### 受験上の注意

1. この冊子には物理学【Ⅰ】、物理学【Ⅱ】の2題ある。答えは問題別に指定された色の用紙に記入すること。同一問題が2枚にわたる場合も、指定された色の用紙を用いること。
2. 素粒子宇宙物理学専攻(素粒子宇宙物理系)もしくは物質理学専攻(物理系)を第4志望までに1つでも志望するものは、物理学【Ⅰ】および【Ⅱ】のみを選択すること。
3. 答案用紙は黄、青を全員に各1枚、出願時の志望先に応じて必要な者に紫を2枚ずつ、それに草案用紙を各1枚配布してあるが、解答用紙を変更する場合や、不足した場合は申し出ること。
4. 答案用紙最下段の所定欄に必要事項を書き込むこと。ただし、評価欄には何も書き込んではいない。

下図のように半頂角  $(\pi - \theta_0)$  で軸が鉛直方向を向いた円錐が頂点を上にして置かれている。この円錐の頂点に一端を固定され自由に回転できるバネがついている。このバネのバネ定数は  $k$ 、自然長は  $R$  で、下端には質量  $m$  のおもりがついている。いまこのおもりが摩擦のない円錐面上に束縛されて運動する場合を考える。円錐の頂点を原点  $O$  とし、重力の方向を  $-Z$  方向とする座標系を図のように定める。おもりの位置を表す変数として、バネの自然長からの変位を  $r$ 、 $Z$  軸周りの  $X$  軸方向から測った方位角を  $\phi$  とする。また重力加速度を  $g$ 、バネの質量と太さ、おもりの大きさは無視できるものとして以下の各問いに答えよ。



1. 図で示された変数を用いてこの系のラグランジアン  $L$  が以下の式で表されることを示せ。

$$L = \frac{m}{2} [\dot{r}^2 + \dot{\phi}^2 (R+r)^2 \sin^2 \theta_0] - \frac{1}{2} k r^2 - m g (R+r) \cos \theta_0$$

2. 問1のラグランジアンを用いてラグランジュの運動方程式を求めよ。
3. 運動方程式を用いて、この系の角運動量および全エネルギー  $E$  が保存されることを示せ。
4. この系が  $\dot{\phi} = \omega_0$  で  $z$  軸周りに一様な回転をしているとき、 $r$  も一定の値をとる。これを  $r_0$  としたとき、 $r_0$  を  $m, g, k, R, \omega_0, \theta_0$  で表せ。
5. 問4の状態にあるこの振り子がある瞬間に円錐面に沿って少しか引き伸ばしたところ  $r$  および  $\phi$  がそれぞれ  $r_0, \omega_0$  のまわりで微小振動を始めた。

- (a)  $r$  の微小振動を  $\rho(t) = \rho_0 \sin \omega_p t$  と表したとき、その角速度  $\omega_p$  を求めよ。
- (b)  $\dot{\phi}(t)$  を  $\rho(t)$  を用いて表せ。

ただし  $r = r_0 + \rho(t), |\rho(t)| \ll r_0$  とする。

# 物理学 [II] (答案用紙 : 青)

図1のような、2つの同軸円筒導体からなる同軸ケーブルを考える。内外部の円筒導体の半径をそれぞれ  $a$ 、 $b$  とし、2つの導体の間は誘電率  $\epsilon$ 、透磁率  $\mu$  の絶縁体で埋められているとする。また、導体の厚みと抵抗は無視できるとする。

1. (a) 内外部の導体に単位長さあたり  $+Q$ 、 $-Q$  の電荷を与えたとき、導体間に発生する電場の強さ  $E$  を導出せよ。  
 (b) この同軸ケーブルの単位長さあたりの静電容量  $C$  を求めよ。
2. (a) 内外部の導体に直流電流  $I$  を軸方向に互いに逆向きに流した場合、導体間に発生する磁場の強さ  $B$  を導出せよ。  
 (b) この同軸ケーブルの単位長さあたりの磁束  $\Phi$ 、自己インダクタンス  $L$  を求めよ。
3. (a) 同軸ケーブルは、問1, 2で求めた静電容量  $C$ 、自己インダクタンス  $L$  を用いて、図2のような等価回路で近似できる。ケーブルの長さ方向の位置  $x$  における電圧  $V(x, t)$ 、電流  $I(x, t)$  を図のように定義した場合、交流電流が流れているときの電圧、電流の変化の関係から

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = A^2 \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$$

を導き出し、 $A$  を求めよ。

- (b) この同軸ケーブルの電送速度が絶縁体の性質のみで決まることを示せ。
- (c) 同軸ケーブルの特性インピーダンス  $Z_0 (= V/I)$  を求めよ。

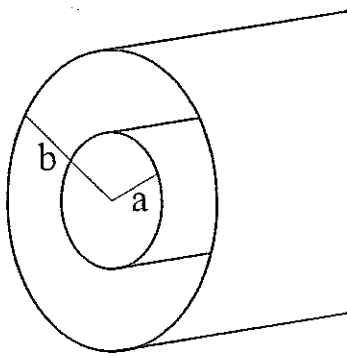
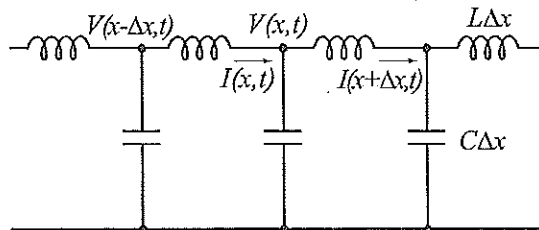


図1



$$V(x, t) = V(x - \Delta x, t) + \Delta x \frac{\partial V}{\partial x}$$

$$I(x + \Delta x, t) = I(x, t) + \Delta x \frac{\partial I}{\partial x}$$

図2

# 大学院入試問題

名古屋大学大学院理学研究科博士課程（前期課程）  
素粒子宇宙物理学専攻（素粒子宇宙物理系）  
素粒子宇宙物理学専攻（宇宙地球物理系）  
物質理学専攻（物理系）

## 問題 その2

2009年8月27日（木）13時00分～15時00分

### 受験上の注意

1. この冊子には物理学【Ⅲ】、物理学【Ⅳ】の2題ある。答えは問題別に指定された色の用紙に記入すること。同一問題が2枚にわたる場合も、指定された色の用紙を用いること。
2. 素粒子宇宙物理学専攻（素粒子宇宙物理系）もしくは物質理学専攻（物理系）を第4志望までに1つでも志望するものは、物理学【Ⅲ】および【Ⅳ】のみを選択すること。
3. 答案用紙は赤、緑を全員に各1枚、出願時の志望先に応じて必要な者に茶を2枚ずつ、それに草案用紙を各1枚配布してあるが、解答用紙を変更する場合や、不足した場合は申し出ること。
4. 答案用紙最下段の所定欄に必要事項を書き込むこと。ただし、評価欄には何も書き込んではいない。

# 物理学 [III] (答案用紙 : 赤)

次のようなシュレーディンガー方程式を考える:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = H\psi. \quad (1)$$

ここでハミルトニアン  $H$  は

$$H = \begin{pmatrix} m - M \cos 2\theta & M \sin 2\theta \\ M \sin 2\theta & m + M \cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (2)$$

とする。  $m$ 、  $M$ 、 および  $\theta$  は定数で、  $m \geq 0$ 、  $M > 0$ 、  $0 \leq \theta \leq \pi/4$  である。 2つの直交する状態ベクトル  $\psi_+$ 、  $\psi_-$  を

$$\psi_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \psi_- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

とする。

1.  $\theta = 0$  の場合を考える。

(a) この時、  $H\psi_i = E_i\psi_i$  ( $i = 1, 2$ ) を満たすハミルトニアンの固有値 (エネルギー固有値)  $E_1$ 、  $E_2$  を求めよ。ただし、  $E_1 < E_2$  とする。また、それぞれのエネルギーの固有関数  $\psi_1$ 、  $\psi_2$  が  $\psi_+$ 、  $\psi_-$  であることを示せ。

(b)  $t = 0$  の時の状態が  $\psi_+$  である時、時刻  $t$  での状態  $\psi(t)$  を求めよ。ここで状態  $\psi(t)$  は

$$|\psi(t)|^2 = \psi^\dagger(t)\psi(t) = 1 \quad (4)$$

と規格化されているとする。

2.  $\theta \neq 0$  の場合を考える。

(a)  $H$  を対角化することにより、エネルギー固有値  $E_1$ 、  $E_2$  を求めよ。ただし、  $E_1 < E_2$  とする。

(b) エネルギー固有値  $E_1$ 、  $E_2$  の固有状態  $\psi_1$ 、  $\psi_2$  を  $\psi_+$ 、  $\psi_-$  を使って表せ。ただし、  $\psi_i$  ( $i = 1, 2$ ) は  $|\psi_i|^2 = 1$  と規格化されているものとする。

(c)  $t = 0$  の時の状態が  $\psi_+$  であった時、時刻  $t$  での状態  $\psi(t)$  を求めよ。

(d) 問題 (c) の結果を使って、時間  $t$  たった後でも状態が  $\psi_+$  である確率  $P_{+ \rightarrow +}$  を求めて、時間の関数として図に描け。

(e) 上の問題 (d) で求めた確率  $P_{+ \rightarrow +}$  の最小値は  $\theta$  に依存する。最小値がゼロとなる  $\theta$  を求めよ。

# 物理学 [IV] (答案用紙 : 緑)

エネルギー  $\epsilon$  と運動量の大きさ  $p$  との関係が  $\epsilon = ap^n$  ( $a, n > 0$ ) で与えられる仮想的な粒子を考える。この粒子を体積  $V$  の 3 次元空間中に閉じ込めた時の、熱力学的性質について考察する。なお、粒子間の相互作用は考えない。

1. まず、粒子が古典統計に従う場合を考える。

(a) 一つの古典粒子の分配関数

$$Z_1 = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^\infty e^{-\beta ap^n} 4\pi p^2 dp \quad (1)$$

を、ガンマ関数  $\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-x} x^{n-1} dx$  ( $n > 0$ ) を用いて表せ。ただし、 $\beta = 1/k_B T$  である。

(b) 体積  $V$  中に閉じ込められた  $N$  個の同種古典粒子の分配関数  $Z_N$  を、 $Z_1$  を用いて表せ。

(c) ヘルムホルツの自由エネルギー  $F$  を求めよ。さらに、スターリングの公式  $\ln N! \approx N(\ln N - 1)$  を用いて、 $F$  が示量変数になっていることを示せ。

(d) 化学ポテンシャル  $\mu$  と、内部エネルギー  $U$  を求めよ。さらに、状態方程式  $PV = Nk_B T$  が成り立つことを示せ。

(e) グランドカノニカル統計における古典粒子の分布関数は  $f(\epsilon) = \exp(-\beta(\epsilon - \mu))$  である。このとき、全粒子数  $N$  は

$$N = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^\infty f(\epsilon_p) 4\pi p^2 dp \quad (2)$$

で与えられる。ただし、 $\epsilon_p = ap^n$  である。上式の積分を実行し、化学ポテンシャルを導出せよ。また、(d) で求めた結果と比較せよ。

2. 次に、ボース統計に従う量子力学的粒子の場合を考える。このとき、グランドカノニカル統計における分布関数は  $f(\epsilon) = 1/[\exp(\beta(\epsilon - \mu)) - 1]$  で与えられる。

(a) 一般の  $n$  に対する状態密度は  $D(\epsilon) = A_n \epsilon^{\frac{3}{n}-1}$  で与えられる。定数  $A_n$  を求めよ。ただし、スピンによる自由度は考えない。

(b) 内部エネルギー  $U$ 、グランドポテンシャル  $\Omega = -PV$  はそれぞれ

$$U = \int_0^\infty D(\epsilon) f(\epsilon) \epsilon d\epsilon, \quad (3)$$

$$\Omega = \int_0^\infty D(\epsilon) \frac{1}{\beta} \ln(1 - e^{-\beta(\epsilon - \mu)}) d\epsilon \quad (4)$$

で与えられる。このとき、状態方程式  $PV = \Lambda U$  が成り立つことを示し、定数  $\Lambda$  を求めよ。

# 物理学 [IV] (答案用紙：緑)

(c)  $n = 3$  のとき, 全粒子数  $N$

$$N = \int_0^{\infty} D(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon$$

を計算せよ。さらに, 全粒子数一定の条件から化学ポテンシャルの温度依存性を求め, 図示せよ。

(d)  $n \geq 3$  の場合, ボース凝縮が起きない理由を説明せよ。

# 大学院入試問題

(宇宙地球物理系追加問題)

名古屋大学大学院理学研究科博士課程(前期課程)  
素粒子宇宙物理学専攻(宇宙地球物理系)

## 追加問題 その1

2009年8月27日(木) 9時20分～11時20分

### 受験上の注意

1. この冊子には、化学【I】、化学【II】の2題ある。下記の選択条件に留意し、先の物理学の2題の問題とあわせて4題のうち2題を選択し、解答すること。  
答案は問題別に指定された色の用紙に記入すること。同一問題が2枚にわたる場合も、指定された色の用紙を用いること。

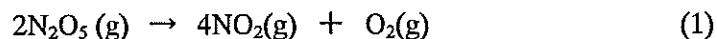
### [選択条件]

- a) 大気圏環境変動(AM:コード220)のみを志望するものは、物理・化学から任意の問題を解答してよい。
  - b) 宇宙空間物理学観測(SS<sub>E</sub>:コード181)のみ、あるいはSS<sub>E</sub>とAMのみを志望するものは、午前・午後全4問中「物理学2問以上」を解答すること。
  - c) a), b) に該当しない受験生は「物理学のみ」を解答すること。
2. この追加問題の答案用紙は紫色である。解答用紙を変更する場合や、不足した場合は申し出ること。
  3. 答案用紙最下段の所定欄に必要事項を書き込むこと。ただし、評価欄には何も書き込んではいない。



## 化学 Ⅱ (答案用紙: 紫)

気体の  $\text{N}_2\text{O}_5$  の分解反応は以下の化学式で表わされる。



下記の問いに答えよ。

問1  $\text{N}_2\text{O}_5$  の分解反応(1)が  $\text{N}_2\text{O}_5$  の2分子反応で起きるとすると、 $\text{N}_2\text{O}_5$  の濃度の変化  $\frac{d[\text{N}_2\text{O}_5]}{dt}$  はどのような反応速度式で書けるか。ただし、この場合の反応速度定数を  $k_1$  とし、 $\text{N}_2\text{O}_5$  の濃度を  $[\text{N}_2\text{O}_5]$  と書くとする。

問2  $\text{N}_2\text{O}_5$  の分解反応 (1)は 2 分子反応より複雑な機構で起こると考えられている。提案されている機構は、下記の(2)~(5)である。



ここで、 $k_2 \sim k_5$  はそれぞれの反応式の反応速度定数である。

(2)~(5)の反応機構の途中に現れる中間体  $\text{NO}$  および  $\text{NO}_3$  の濃度の時間変化  $\frac{d[\text{NO}]}{dt}$  および  $\frac{d[\text{NO}_3]}{dt}$  は、どのような反応速度式で表わされるか。

問3 (2)~(5)の反応機構で  $\text{N}_2\text{O}_5$  の分解反応が進むとすると、 $\text{N}_2\text{O}_5$  の濃度の変化  $\frac{d[\text{N}_2\text{O}_5]}{dt}$  はどのような反応速度式で書けるか。

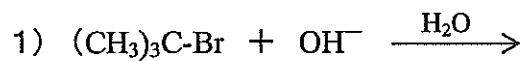
問4 (2)~(5)の反応機構で中間体  $\text{NO}$  および  $\text{NO}_3$  の濃度の変化に定常状態近似が適用できるとすると、 $\frac{d[\text{N}_2\text{O}_5]}{dt}$  はどのように書けるか。

問5 実際の  $\text{N}_2\text{O}_5$  の分解反応(1)が、 $\text{N}_2\text{O}_5$  の2分子反応で起きるか、それとも(2)~(5)の反応機構で起きるか、実験的に確かめるにはどうしたらよいか、考えられることを書け。

## 化学 III (答案用紙: 紫)

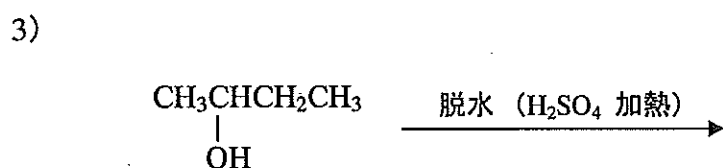
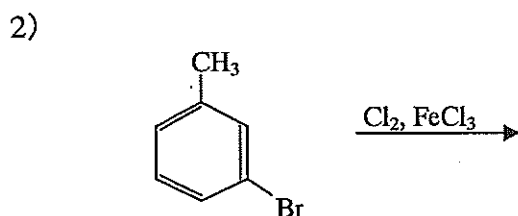
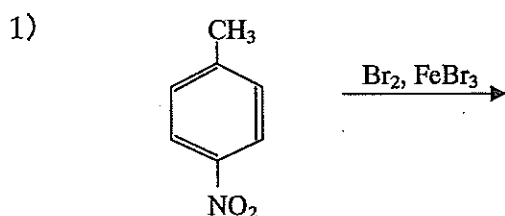
下記の問いに答えよ。

問1 次の求核置換反応が  $S_N1$  機構で進むか  $S_N2$  機構で進むか予想せよ。



問2 プロペン ( $CH_3CH=CH_2$ ) に  $HBr$  を付加させたときの生成物の構造を書け。また、その反応過程について考察せよ。

問3 下記の反応の生成物を記せ。また、その反応過程について考察せよ。



問4 不斉炭素を持つ有機化合物の立体異性体について、例を挙げて解説せよ。

# 大学院入試問題

(宇宙地球物理系追加問題)

名古屋大学大学院理学研究科博士課程(前期課程)  
素粒子宇宙物理学専攻(宇宙地球物理系)

## 追加問題 その2

2009年8月27日(木) 13時00分～15時00分

### 受験上の注意

1. この冊子には、化学【Ⅲ】、化学【Ⅳ】の2題ある。下記の選択条件に留意し、先の物理学の2題の問題とあわせて4題のうち2題を選択し、解答すること。  
答案は問題別に指定された色の用紙に記入すること。同一問題が2枚にわたる場合も、指定された色の用紙を用いること。

### [選択条件]

- a) 大気圏環境変動(AM:コード220)のみを志望するものは、物理・化学から任意の問題を解答してよい。
  - b) 宇宙空間物理学観測(SS<sub>E</sub>:コード181)のみ、あるいはSS<sub>E</sub>とAMのみを志望するものは、午前・午後全4問中「物理学2問以上」を解答すること。
  - c) a), b) に該当しない受験生は「物理学のみ」を解答すること。
2. この追加問題の答案用紙は茶色である。解答用紙を変更する場合や、不足した場合は申し出ること。
  3. 答案用紙最下段の所定欄に必要事項を書き込むこと。ただし、評価欄には何も書き込んではいない。

## 化学 [III] (答案用紙: 茶)

III-1. 酢酸( $\text{CH}_3\text{COOH}$ )の水溶液について下記の問いに答えよ。

問1 酢酸を水に溶かすと、どのようなイオン化平衡が成り立つか。

問2 酢酸の酸解離定数  $K_a$  は、どのように定義されるか。

問3 体積モル濃度が  $0.060 \text{ mol/L}$  の酢酸水溶液の水素イオン濃度を測定したところ  $\text{pH} = 3.0$  であった。これから酢酸の  $K_a$  を計算せよ。

III-2. 次の問いに答えよ

問1 気体試料  $n \text{ mol}$  に対して理想気体の状態方程式は  $PV = nRT$  と書くことができる。実在気体の挙動により近いものとして van der Waals の状態方程式がある。これは、気体試料  $n \text{ mol}$  に対して以下の式になる。

$$\left(P + \frac{a n^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT \quad (1)$$

この van der Waals の状態方程式が理想気体方程式と異なる部分について、解説せよ。

問2 固体表面に吸着する気体の量に関する Langmuir の吸着等温線は下記の式に基づいている。

$$k_1 \theta = k_2 P(1 - \theta) \quad (2)$$

ここで  $\theta$  は、固体表面の吸着気体による被覆率である。式(2)の意味するものを解説せよ。

## 化学 [IV] (答案用紙: 茶)

地球環境問題の一つである成層圏オゾン層破壊問題について、下記の問いに答えよ。

問1 大気成層圏(高度おおよそ 10 km~50 km)に成層圏オゾン(O<sub>3</sub>)層がある。地球史的にみると、大気中に酸素(O<sub>2</sub>)が少なかった 30 億年前の地球原始大気にはオゾン層がなかったと考えられている。その後、光合成植物の出現により大気中の酸素濃度が高まり、オゾン層が形成されたと考えられている。オゾン層生成には酸素と太陽光が不可欠である。成層圏のオゾンが生成する化学反応機構について書け。

問2 現在の地球大気中のオゾンは、ほとんど(90%位)が成層圏にある。それより上の高度の中間圏(高度おおよそ 50 km~90 km)や、それより下の高度の対流圏(地上~おおよそ 10 km)には少ない。なぜこのような高度分布をするのか、考えられる理由を書け。

問3 成層圏オゾンの濃度が 1970 年くらいから徐々に減少していることが観測により明らかにされている。成層圏オゾンが減少した原因について考えられることを書け。

問4 成層圏オゾン層が破壊されるとどのような環境問題が起きるか、考えられることを書け。

問5 成層圏オゾン層の破壊が進まないようにどのような施策が取られてきたか、また、今後どのような取り組みが必要であるか、考えられることを書け。

問6 大気対流圏(地上~おおよそ 10 km)の地上付近でオゾンの濃度が急激に増大すると、別の環境問題が引き起こされる。地上付近でオゾンが急激に増大する現象の機構とその影響について書け。