

大学院入試問題

名古屋大学大学院理学研究科博士課程(前期課程)
素粒子宇宙物理学専攻(素粒子宇宙物理系)
素粒子宇宙物理学専攻(宇宙地球物理系)
物質理学専攻(物理系)

問題 その1

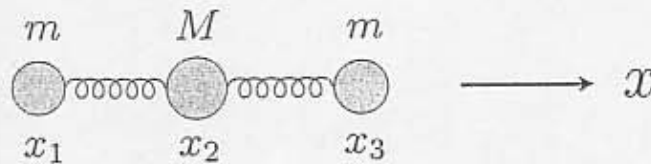
2008年8月26日(火) 9時20分~11時20分

受験上の注意

1. この冊子には物理学【I】、物理学【II】の2題ある。答えは問題別に指定された色の用紙に記入すること。同一問題が2枚にわたる場合も、指定された色の用紙を用いること。
2. 素粒子宇宙物理学専攻(素粒子宇宙物理系)もしくは物質理学専攻(物理系)を第4志望までに1つでも志望するものは、物理学【I】および【II】のみを選択すること。
3. 答案用紙は黄、青を全員に各1枚、出願時の志望先に応じて必要な者に紫を2枚ずつ、それに草案用紙を各1枚配布してあるが、解答用紙を変更する場合や、不足した場合は申し出ること。
4. 答案用紙最下段の所定欄に必要事項を書き込むこと。ただし、評価欄には何も書き込んではいない。

問 1

図に示すように質量 m 、 M 、 m の質点が x 軸上にバネ定数 k のバネでつながっている。(ここでは x 軸方向の運動のみを考える。) それぞれの質点の平衡状態の位置は $x_1 = -a$ 、 $x_2 = 0$ 、 $x_3 = a$ であり平衡状態の位置からの変位を δ_i ($i = 1, 2, 3$) として $x_1 = -a + \delta_1$ 、 $x_2 = \delta_2$ 、 $x_3 = a + \delta_3$ とする。バネの質量と摩擦は無視できるとして、以下の問に答えよ。

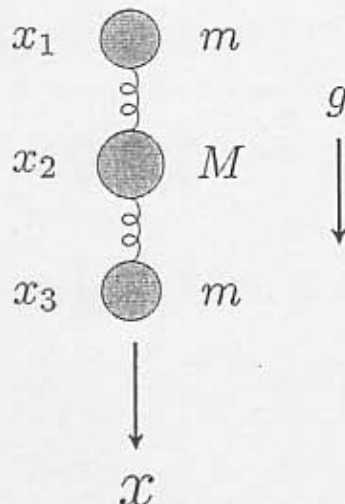


- (1) δ_i ($i = 1, 2, 3$) を使って、この系のラグランジアンを求めよ。
- (2) 上で求めたラグランジアンから、それぞれの δ_i に対する運動方程式を求めよ。
- (3) この系のエネルギーと運動量が保存していることを示せ。
- (4) (2) で求めた運動方程式は新たな変数 $X_1 = \delta_1 - \delta_2$ 、 $X_2 = \delta_2 - \delta_3$ を使って表せる。この変数 X_i を $X_i = A_i \sin(\omega t + \alpha)$ 、($i = 1, 2$) としたとき運動方程式から固有振動数 ω を求めよ。さらにそれぞれの ω について A_1/A_2 を求めよ。
- (5) (3) と (4) で得られた結果を使って、次の初期条件のもとで δ_i ($i = 1, 2, 3$) を求めよ。
 $t = 0$ で

$$\delta_i = 0 \quad (i = 1, 2, 3), \quad \frac{d\delta_1}{dt} = -\frac{d\delta_3}{dt} = v, \quad \frac{d\delta_2}{dt} = 0.$$

ここで v は時間によらない定数とする。

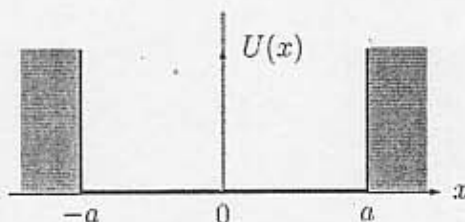
- (6) 次に同じ 3 個の質点の系を下図のように x 方向に自由落下させる。但し、 x 方向は重力加速度 g の方向とする。
 - (a) δ_i ($i = 1, 2, 3$) についての運動方程式を書け。
 - (b) (a) の運動方程式を用いて、この系の固有振動数を求めよ。



問 1

x 軸上を次のようなポテンシャル中で運動する質量 m の質点を考える:

$$U(x) = \begin{cases} U_0\delta(x) & (|x| < a) \\ +\infty & (|x| > a) \end{cases}$$



ここで $\delta(x)$ はディラックのデルタ関数であり U_0, a は正の定数である。この質点に対する波動関数を $\psi(x)$ とする。下の問いに答えよ。答案用紙には途中の計算も記すこと。

- $U_0 = 0$ の場合にシュレディンガー方程式の解と、エネルギー固有値 E を求めよ。ただし、波動関数を規格化する必要はない。
- 前問 1 の基底状態と第一励起状態の波動関数の概形を描け。
- ϵ を正の定数とした時、

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left(\frac{d\psi(x)}{dx} \Big|_{x=\epsilon} - \frac{d\psi(x)}{dx} \Big|_{x=-\epsilon} \right) + U_0\psi(0) = 0$$

となることをシュレディンガー方程式から示せ。

- 波動関数 $\psi(x)$ が奇関数の場合にシュレディンガー方程式の解と、エネルギー固有値を求めよ。ただし、波動関数を規格化する必要はない。
- 波動関数 $\psi(x)$ が偶関数の場合を考える。 $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ とした時、前々問 3 の式を使い、次の等式を示せ:

$$\tan ka = -\frac{\hbar^2 k}{mU_0}$$

- 波動関数 $\psi(x)$ が偶関数の場合に基底状態の波動関数の概形を描け。
- 波動関数 $\psi(x)$ が偶関数の場合に $U_0 \rightarrow +\infty$ の極限でのエネルギー固有値 E を求め、基底状態の波動関数の概形を描け。

大学院入試問題

名古屋大学大学院理学研究科博士課程（前期課程）
素粒子宇宙物理学専攻（素粒子宇宙物理系）
素粒子宇宙物理学専攻（宇宙地球物理系）
物質物理学専攻（物理系）

問題 その2

2008年8月26日（火）13時00分～15時00分

受験上の注意

1. この冊子には物理学【Ⅲ】、物理学【Ⅳ】の2題ある。答案は問題別に指定された色の用紙に記入すること。同一問題が2枚にわたる場合も、指定された色の用紙を用いること。
2. 素粒子宇宙物理学専攻（素粒子宇宙物理系）もしくは物質物理学専攻（物理系）を第4志望までに1つでも志望するものは、物理学【Ⅲ】および【Ⅳ】のみを選択すること。
3. 答案用紙は赤、緑を全員に各1枚、出願時の志望先に応じて必要な者に茶を2枚ずつ、それに草案用紙を各1枚配布してあるが、解答用紙を変更する場合や、不足した場合は申し出ること。
4. 答案用紙最下段の所定欄に必要事項を書き込むこと。ただし、評価欄には何も書き込んではいない。

問 1

x 軸上でポテンシャル $V(x)$ 中を運動する質量 m の量子的な粒子を考える。この 1 次元ポテンシャル $V(x)$ が、正の定数 ω を用いて $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ と与えられるとき、1 粒子のハミルトニアン H は、運動量 p を用いて

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

と表わされる。また、その固有エネルギー E_n は、プランク定数 \hbar を用いて

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)$$

と表わされる (n は非負の整数である)。

(A) 粒子数 $N = 1$ の場合を考える。

1. 分配関数 $Z(T, N = 1)$ を求めよ。 T は温度である。
2. 内部エネルギー $E(T, N = 1)$ を求めよ。
3. 比熱 $C(T, N = 1)$ を求めよ。
4. 比熱 $C(T, N = 1)$ を温度の関数として概略を図示せよ。

(B) 以下では、粒子数 $N = 2$ の場合を考える。すなわち、図 1 に示すように、ポテンシャル $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ 内に 2 粒子が閉じ込められている場合を考える。ただし、粒子間の相互作用は考えない。

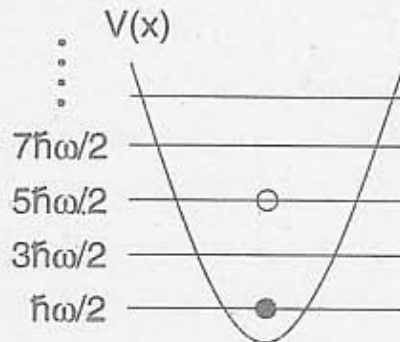


図 1 : 1 次元ポテンシャル $V(x)$ 内の区別できる 2 粒子。この図では、一方の粒子 (●) が $n = 0$ 、他方の粒子 (○) が $n = 2$ の状態を占めている。

(B-1) まず、2 粒子が区別できる場合を考える。

5. 分配関数 $Z(T, N = 2)$ を求めよ。
6. 内部エネルギー $E(T, N = 2)$ を求めよ。

(B-2) 2粒子が同種フェルミ粒子の場合を考える。ただし、スピン自由度は考えない。

7. この2粒子系の基底状態のエネルギー E_g とその縮退度を記せ。

8. この系の分配関数 $Z_F(T, N=2)$ を求めよ。

必要であれば

$$\sum_{n>m} a_n a_m = \frac{1}{2} \sum_{n \neq m} a_n a_m = \frac{1}{2} \left[\left(\sum_n a_n \right) \left(\sum_m a_m \right) - \sum_n a_n^2 \right]$$

を用いてよい。

9. 内部エネルギー $E_F(T, N=2)$ を計算し、 $E_F(T, N=2) - E(T, N=2) > 0$ を示せ。

問 1

導線に交流電流を流すと、電流は主に導線の表面付近を流れるという現象が見られ、これを表皮効果とよぶ。このような導体中の電流分布における表皮効果を単純化したモデルで示すために、無限に広い平面を表面に持つ導体を考える。図のように、導体の表面を xy 平面、導体の内部(深さ)方向を z 軸の正の向きとするように座標系を取る。導体は $z \geq 0$ の領域を満たしている。導体の電気伝導度 σ 、誘電率 ϵ 、透磁率 μ は全て正の定数とみなす。導体内部の位置 $\mathbf{r}=(x, y, z)$ 、時刻 t における電場を $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 、磁場を $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ 、電流密度を $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ とする。また、導体内部における変位電流は無視できるものとする。以下では導体内部に関して考える。

1. 変位電流を無視したアンペールの法則は

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j}$$

と書ける。電場 \mathbf{E} に対するファラデーの電磁誘導の法則とオームの法則を書け。

2. 電流密度 \mathbf{j} に対して

$$\nabla^2 \mathbf{j} = \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}$$

が成り立つことを示せ。

3. 角振動数 ω の交流電流を x 軸方向に流す。この場合、電流密度 \mathbf{j} の x 成分 j_x は

$$j_x(z, t) = A \exp(k_1 z) \cos(\omega t - k_2 z)$$

と書ける。ただし、 A は任意の実定数である。

- (i) 電流密度 \mathbf{j} は、導体表面からの深さ z の増大に従って減少する。電流密度 \mathbf{j} の x 成分 j_x の式中における実数 k_1, k_2 を ω, σ, μ で与えよ。
- (ii) 電流密度 \mathbf{j} から得られる電場 \mathbf{E} は、

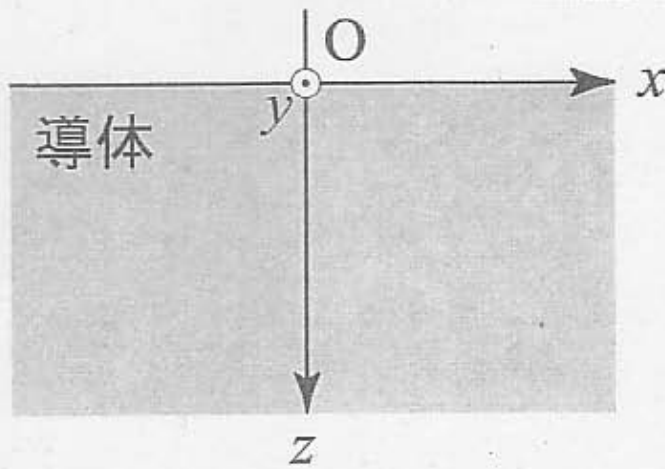
$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(k_1 z) \cos(\omega t - k_2 z)$$

と書ける。ただし、 \mathbf{E}_0 は実定数ベクトルである。この振動電場から生じる変位電流の密度が電流密度 \mathbf{j} に比べて無視できるための ω に対する条件を ϵ, σ で与えよ。また、その条件を用いて、表皮効果の深さ $1/|k_1|$ に対する制限を ϵ, σ, μ で与えよ。

- (iii) 磁場 \mathbf{H} も電場 \mathbf{E} と同様に角振動数 ω で時間変化するが、振動の位相にはずれ ϕ が現れる。つまり、

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp(k_1 z) \cos(\omega t - k_2 z + \phi)$$

と書ける。ただし、 \mathbf{H}_0 は実定数ベクトルである。この位相のずれ ϕ を求めよ。



参考:

○ ベクトルの公式

$$\text{rot}(\text{rot}Y) = \text{grad}(\text{div}Y) - \nabla^2 Y$$

大学院入試問題

(宇宙地球物理系追加問題)

名古屋大学大学院理学研究科博士課程(前期課程)

素粒子宇宙物理学専攻(宇宙地球物理系)

追加問題 その1

2008年8月26日(火) 9時20分～11時20分

受験上の注意

1. この冊子には、化学【I】、化学【II】の2題ある。先の物理学の2題の問題とあわせて4題のうち2題を選択し、解答すること。
答案は問題別に指定された色の用紙に記入すること。同一問題が2枚にわたる場合も、指定された色の用紙を用いること。
2. 素粒子宇宙物理学専攻(素粒子宇宙物理系)もしくは物質物理学専攻(物理系)を第4志望までに1つでも志望するものは、物理学のみを選択すること。
3. この追加問題の答案用紙は紫色である。解答用紙を変更する場合や、不足した場合は申し出ること。
4. 答案用紙最下段の所定欄に必要事項を書き込むこと。ただし、評価欄には何も書き込んではいない。

化学 II (答案用紙: 紫)

気体のアゾメタン($\text{CH}_3\text{N}_2\text{CH}_3$)を 600 K に保つと分解反応を起こして、その濃度は減少する。その反応は下記の(1)式のようになる。



アゾメタンの濃度を $[A]$ と書き、時刻 $t = 0$ のときの初期濃度を $[A]_0$ とする。

下記の問題に答えよ。

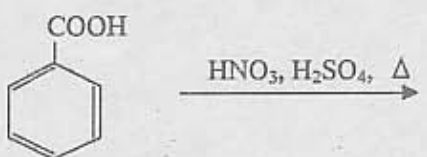
- 1) アゾメタンの分解反応が 1 次反応であるとする、アゾメタンの濃度が減少する速度 $\frac{d[A]}{dt}$ は、どのような式で表されるか。ただし、反応速度定数を k_1 とする。
- 2) アゾメタンの分解反応が 1 次反応である場合の時刻 t におけるアゾメタンの濃度を求めよ。また半減期 $\tau_{1/2}$ を求めよ。
- 3) アゾメタンの分解反応が 2 次反応であるとする、アゾメタンの濃度が減少する速度 $\frac{d[A]}{dt}$ は、どのような式で表されるか。ただし、反応速度定数を k_2 とする。
- 4) アゾメタンの分解反応が 2 次反応である場合の時刻 t におけるアゾメタンの濃度を求めよ。また半減期 $\tau_{1/2}$ を求めよ。
- 5) アゾメタンの分解反応が 2 次反応であるとする、その反応の素過程すなわち反応のメカニズムはどのようなものであると考えられるか考察して書け。
- 6) アゾメタンの分解反応が 1 次反応であるか、あるいは 2 次反応であるかを実験的に実証するにはどうしたらよいか。その方法について解説せよ。
- 7) 温度を上げるとアゾメタンの分解反応の速度が速くなった。反応速度の温度依存性について論ぜよ。

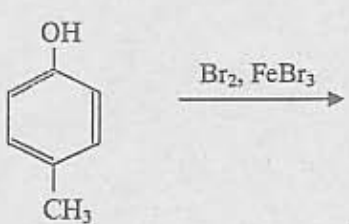
化学 [III] (答案用紙: 紫)

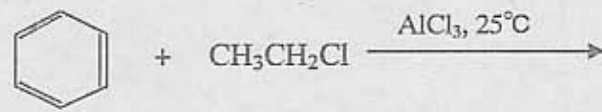
II-1. 下記の問いに答えよ。

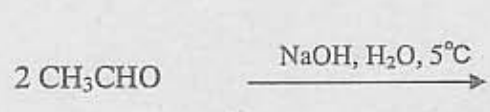
- 1) ブロモエタン($\text{CH}_3\text{CH}_2\text{Br}$)とナトリウムエトキシド($\text{NaOCH}_2\text{CH}_3$)はエタノール溶媒中で二分子求核置換反応($\text{S}_{\text{N}}2$)を起こす。反応過程を図示し、反応生成物を書け。
- 2) 上記1)の反応の反応物のうちブロモエタンをブロモメタン(CH_3Br)に交換すると、やはり二分子求核置換反応($\text{S}_{\text{N}}2$)を起こす。反応速度はどのように変化するか。考えられる理由も書け。
- 3) 上記1)の反応の反応物のうちブロモエタンを 2-ブロモプロパンに交換すると、二分子脱離反応($\text{E}2$)が起きる。反応過程を図示し、反応生成物を書け。
- 4) 1-ヘキセン($\text{H}_2\text{C}=\text{CH}-\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_3$)への HBr の付加反応における、生成物を異性体を含めて記せ。

II-2. 下記の反応の主な生成物は何か。

- 1) 

Reaction 1: Benzoic acid ($\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$) reacts with HNO_3 and H_2SO_4 under heat (Δ).
- 2) 

Reaction 2: p-Cresol ($\text{C}_6\text{H}_4(\text{OH})\text{CH}_3$) reacts with Br_2 and FeBr_3 .
- 3) 

Reaction 3: Benzene (C_6H_6) reacts with $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{Cl}$ in the presence of AlCl_3 at 25°C .
- 4) 

Reaction 4: Two molecules of acetaldehyde ($2 \text{CH}_3\text{CHO}$) react with NaOH in H_2O at 5°C .

大学院入試問題

(宇宙地球物理系追加問題)

名古屋大学大学院理学研究科博士課程(前期課程)
素粒子宇宙物理学専攻(宇宙地球物理系)

追加問題 その2

2008年8月26日(火) 13時00分～15時00分

受験上の注意

1. この冊子には、化学【Ⅲ】、化学【Ⅳ】の2題ある。先の物理学の2題の問題とあわせて4題のうち2題を選択し、解答すること。
答案は問題別に指定された色の用紙に記入すること。同一問題が2枚にわたる場合も、指定された色の用紙を用いること。
2. 素粒子宇宙物理学専攻(素粒子宇宙物理系)もしくは物質理学専攻(物理系)を第4志望までに1つでも志望するものは、物理学のみを選択すること。
3. この追加問題の答案用紙は茶色である。解答用紙を変更する場合や、不足した場合は申し出ること。
4. 答案用紙最下段の所定欄に必要事項を書き込むこと。ただし、評価欄には何も書き込んではいない。

化学 [III] (答案用紙: 茶)

III-1. 濃度 0.10 mol dm^{-3} の塩化ナトリウム(NaCl)の水溶液 10 ml をビーカーに入れ、濃度 0.10 mol dm^{-3} の硝酸銀(AgNO_3)の水溶液を少しずつ加えて滴定する実験を考える。下記の問題に答えよ。ただし、ビーカー内の塩化物イオンの濃度を $[\text{Cl}^-]$ と書くとする。

- 1) 硝酸銀溶液を加えたときにビーカー内で起きる化学反応について書け。
- 2) 生成する難溶性塩の溶解度積を K_{sp} とすると、 K_{sp} はビーカー内のイオン種の濃度でどう表されるか。
- 3) 当量点での $[\text{Cl}^-]$ はどのようにあらわされるか。
- 4) 縦軸に $\log[\text{Cl}^-]$ をとり、横軸に加えた硝酸銀水溶液の体積をとったグラフを手書きで描け。また、滴定曲線上の当量点を図示せよ。ただし $K_{sp} = 1 \times 10^{-10} \text{ (mol}^2 \text{ dm}^{-6})$ とする。
- 5) 少量のクロム酸イオンをこの滴定の終点の指示薬として用いることができる。その理由を説明せよ。ただし、クロム酸銀の溶解度積は塩化銀より少し大きく、クロム酸銀の沈殿は赤褐色である。

III-2. 濃度 $0.050 \text{ mol dm}^{-3}$ のアンモニアの水溶液を考える。以下の問題に答えよ。

- 1) 水溶液中で起こるアンモニアの解離平衡の式を書け。
- 2) アンモニアの解離定数を K_b とすると、アンモニアの水溶液中では K_b はどのようにあらわされるか。アンモニウムイオン NH_4^+ の濃度を $[\text{NH}_4^+]$ と書くとする。
- 3) このアンモニアの水溶液中でのアンモニア化学種に関する物質収支の式を書け。
- 4) このアンモニアの水溶液中での電荷釣り合いの式を書け。
- 5) このアンモニアの水溶液中でのアンモニウムイオンの濃度 $[\text{NH}_4^+]$ を求めたい。上記の 2)-4) から $[\text{NH}_4^+]$ に関して立てられる式を書け。ただし、アンモニアの水溶液中では $[\text{OH}^-] \gg [\text{H}^+]$ が成り立っているとする。

化学 [IV] (答案用紙: 茶)

地球温暖化問題について考える。近年の人類の活動による二酸化炭素などの温室効果気体の放出により、大気中のそれらの濃度が上昇しており、この放出速度が続くと100年後には地球上の平均気温が4-6度上昇し、世界各地の気候が変動して大きな問題となると予測されている。地球温暖化に関連する下記の問に答えよ。

- 1) 化石燃料(石油・石炭など)の燃焼により大気中に放出された二酸化炭素のすべてが大気中に蓄積しているのではなく、その約半分の量が大気中に蓄積して、年々、二酸化炭素の大気中の濃度を上昇させている計算になる。化石燃料の燃焼により大気中に放出された二酸化炭素の残りの半分はどこへ行っていると考えられるか。
- 2) 温室効果気体には二酸化炭素以外にどのようなものがあると考えられるか書け。
- 3) 温室効果気体の持つどのような性質が地球温暖化を引き起こすと考えられるか書け。
- 4) 地球温暖化防止のために、二酸化炭素を工業的に他の化学物質に変換して、大気中に出ないようにする対策が考えられる。この対策は実現可能かどうか考察せよ。
- 5) 地球温暖化を抑えるために、エネルギーを取り出すのに化石燃料の代わりに、植物の加工により製造したバイオマスエタノールなどのバイオ燃料の燃焼を使用する試みがなされている。バイオマスエタノールは大気中の二酸化炭素を増やさない、すなわちカーボンニュートラルであると考えられる。その理由を説明せよ。
- 6) バイオ燃料を広範に用いる場合の技術的および社会的な問題点に関して議論せよ。